

ANALISIS PEMAHAMAN MAHASISWA DALAM MEMAHAMI KONSEP HIMPUNAN BERDASARKAN TEORI APOS

Oleh :

FANNY ADIBAH

IKIP Widya Darma Surabaya

Abstrak: Pemahaman merupakan tujuan utama yang ingin dicapai dalam setiap pembelajaran matematika, sebab dengan adanya pemahaman, konsep matematika yang dipelajari menjadi bermakna. Menurut teori APOS, pemahaman individu melalui 4 (empat) tahapan yakni Aksi, Proses, Objek dan Skema. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis pemahaman mahasiswa dalam memahami konsep Himpunan berdasarkan Teori APOS. Metode penelitian yang digunakan adalah deskriptif kualitatif. Hasil penelitian menunjukkan satu subjek berada dalam tahap Aksi, dan dua subjek berada dalam tahap proses

Kata Kunci: Pemahaman, Teori APOS, Himpunan.

PENDAHULUAN

Pemahaman merupakan tujuan utama yang ingin dicapai dalam setiap pembelajaran matematika, sebab dengan adanya pemahaman, konsep matematika yang dipelajari menjadi bermakna. Pemahaman dalam fase kegiatan belajar dapat diartikan sebagai proses penyimpanan informasi oleh seorang individu ke dalam struktur memorinya. Lebih jelas menurut Gagne (dalam Hudojo, 1988: 24) bahwa dalam fase pemahaman, individu menerima stimulus yang berbentuk informasi kemudian disimpan di dalam memorinya. Individu akan memperhatikan bagian-bagian dari

keseluruhan informasi-informasi yang relevan dengan tujuan belajarnya. Proses "memperhatikan" tersebut berlangsung di dalam bagian internal otak yang disebut struktur mental atau disebut juga dengan skema.

Skema merupakan struktur kognitif (struktur mental) yang digunakan seseorang untuk mengadaptasi dan mengorganisasikan stimulus (informasi) yang datang dari luar (lingkungan). Kualitas pemahaman seseorang tentang suatu konsep menggambarkan kualitas skema yang dimiliki oleh orang tersebut. Keberhasilan seseorang dalam

menyelesaikan persoalan-persoalan matematika sangat ditentukan oleh kualitas skema yang dimilikinya. Skema merupakan suatu struktur kognitif atau struktur mental yang membuat seseorang dapat beradaptasi dengan lingkungannya secara intelektual. Skema tidak dapat dilihat dan tidak mempunyai bentuk fisis, karena skema merupakan suatu rangkaian proses dalam sistem kesadaran seseorang. Selama perkembangan kognitif seseorang, skema akan selalu beradaptasi dan berubah. Skema seorang anak akan berkembang dan lengkap menjadi skema seorang dewasa seiring dengan pengalaman hidupnya. Semakin banyak pengalaman dalam hidup, skema yang dimiliki seseorang akan semakin luas dan banyak.

Menurut Piaget, proses adaptasi skema melalui dua proses yang tidak dapat dipisahkan yaitu asimilasi dan akomodasi. Asimilasi merupakan suatu proses dimana individu mengintegrasikan persepsi, konsep, informasi atau pengalaman baru ke dalam skema yang telah dimilikinya, sehingga pengertian dan skemanya berkembang. Sedangkan akomodasi merupakan proses penyusunan kembali (*resturcturing*) mental sebagai akibat

adanya persepsi, konsep, pengalaman, dan informasi baru tadi (Ratumanan, 2004: 38). Jadi menurut Piaget, skema tidak hanya menerima informasi baru, tetapi juga menyusun kembali informasi lama yang telah ada untuk memberikan ruang informasi yang baru dapat masuk. Proses adaptasi skema yang meliputi asimilasi dan akomodasi tersebut menjadi hal penting dalam perkembangan kognitif seorang individu.

Lebih lanjut, Piaget menyatakan bahwa perkembangan skema seorang individu berbanding lurus dengan interaksi individu dengan lingkungan sosial dan lingkungan fisiknya. Hal tersebut karena pengetahuan seseorang akan terkonstruksi pada saat seseorang melakukan interaksi dengan objek yang sedang dipelajari.

Ed Dubinsky (2000) mengadaptasi teori Piaget tersebut menjadi teori perkembangan skema melalui tahapan Aksi - Proses - Objek - Skema yang selanjutnya dikenal dengan teori APOS. Dalam kerangka APOS, pertama, individu berinteraksi secara langsung dengan objek yang sedang dipelajari. Interaksi ini melalui kegiatan manipulasi, baik manipulasi fisik maupun manipulasi yang bersifat

mental. Aktivitas ini disebut aksi. Kedua, individu memahami bahwa setiap konsep memiliki karakteristik tertentu yang berbeda dengan karakteristik konsep lain. Karakteristik ini diperoleh dari pemahaman tentang aksi-aksi yang dilakukan, menurut kerangka APOS, yaitu dengan menginteriorisasi (menjadi bagian dalam benak individu) aksi menjadi proses. Ketiga, individu menempatkan karakteristik yang telah dipahami itu dalam struktur tertentu sehingga menjadi obyek. Tahapan ini dalam kerangka APOS disebut mengenkapsulasi (*encapsulated*) proses menjadi objek. Keempat, individu mengoleksi aksi, proses, objek dan skema yang lain (yang sudah terbentuk sebelumnya) untuk membentuk skema tertentu.

Menurut Dubinsky, pemahaman terhadap konsep matematika merupakan hasil konstruksi atau rekonstruksi terhadap objek-objek matematika. Konstruksi atau rekonstruksi tersebut dilakukan melalui aktifitas berupa aksi-aksi matematika, proses-proses, objek-objek yang diorganisasikan dalam suatu skema untuk memecahkan suatu permasalahan.

Penjelasan lebih mendalam tentang tahapan APOS dalam memahami konsep matematika adalah sebagai berikut:

(a) Aksi

Aksi adalah aktivitas mental yang berupa pengulangan fisik atau manipulasi mental dimana objek matematika ditransformasikan secara eksternal. Dalam memahami konsep matematika, individu berada dalam tahapan *aksi* apabila sebatas mampu menggunakan rumus, menerapkan algoritma, dan mengikuti contoh yang telah ada. Dalam melakukan transformasi matematis, individu dalam tahapan aksi umumnya membutuhkan langkah-langkah yang rinci, dan bersifat prosedural.

(b) Proses

Proses adalah konstruksi internal yang terjadi setelah dilakukan *aksi* yang sama secara berulang yang kemudian berlanjut dengan refleksi. Pada tahap *proses*, seorang individu mampu mengkonstruksi objek matematika secara internal dan bersifat *under-control*. Jadi tahapan *proses* adalah tahapan interiorisasi dari sederetan aksi, yang berbentuk perubahan aktivitas prosedural

menuju konstruksi mental, sehingga transformasi suatu objek kognitif telah mampu dilakukan di dalam pikiran tanpa perlu melibatkan benda kongkrit atau mengerjakan semua tahapan pengerjaan.. Dengan kata lain, individu dikatakan memiliki pemahaman pada tahap *proses* apabila kedalaman pemahaman individu berada pada level mampu menjelaskan, merefleksikan, dan bahkan membalik langkah-langkah transformasi suatu ide atau konsep matematika tanpa perlu melakukan langkah itu secara nyata.

(c) Objek

Objek adalah tahapan dimana individu telah mampu mengenkapsulasi serangkaian *proses* menjadi suatu objek. Kegiatan enkapsulasi bermakna suatu pengkonstruksian transformasi-transformasi yang dilakukan melalui serangkaian *proses* berulang hingga individu menjadi sadar bahwa *proses* tersebut sebagai suatu totalitas dan pandangan akan proses tersebut berubah menjadi suatu objek kognitif. Jadi individu dikatakan mempunyai pemahaman pada tahap

objek dari suatu konsep matematika jika kedalaman pemahaman individu tentang ide atau konsep mencakup memperlakukan ide atau konsep sebagai suatu objek. Individu pun juga mampu mengembalikan suatu objek menjadi proses dari mana objek tersebut berasal jika memang diperlukan.

(d) Skema

Skema adalah suatu koleksi koheren dari *aksi*, *proses*, *objek*, dan skema lain yang telah dimiliki sebelumnya. Jadi individu dikatakan memiliki pemahaman dalam tahap *skema* apabila kedalaman pemahaman terhadap suatu ide atau konsep sampai kepada mampu menghubungkan *aksi*, *proses*, dan *objek* dari suatu konsep dengan konsep atau sifat-sifat lain yang telah dipahaminya.

Beberapa riset/penelitian dalam bidang pendidikan matematika menggunakan teori APOS untuk menginvestigasi sejauh mana pemahaman Mahasiswa Pendidikan Matematika terhadap konsep-konsep matematika, diantaranya penelitian pemahaman mahasiswa tentang grup yang dilakukan oleh Artuti (2009),

penelitian pemahaman mahasiswa tentang teori Bilangan oleh Muniri (2009), dan penelitian pemahaman mahasiswa dalam merekonstruksi konsep grafik fungsi oleh Mulyono (2011). Penelitian tersebut menjadi penting mengingat mahasiswa Pendidikan Matematika sebagai calon guru Matematika di jenjang Sekolah Menengah haruslah memiliki konsep matematika yang matang. Oleh karena itu penulis merasa tertarik untuk menganalisis pemahaman mahasiswa terhadap konsep Himpunan dengan menggunakan kerangka Teori APOS.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini adalah penelitian berjenis deskriptif kualitatif. Menurut Masyhuri (Masyhuri, 2008:13-19), penelitian kualitatif adalah penelitian yang memiliki tujuan untuk mengembangkan pengertian tentang sesuatu dengan memperhatikan konteks yang relevan. Aktivitas utama dalam penelitian berjenis kualitatif adalah mengamati dan memahami makna, serta memiliki asumsi bahwa setiap individu memiliki budaya dan latar belakang yang unik sehingga sangat penting untuk diapresiasi. Seorang peneliti kualitatif berinteraksi secara pribadi dan bebas

berintuisi dalam melakukan pengamatan dan merumuskan pertanyaan. Berdasarkan paparan tersebut, pada penelitian ini, peneliti secara kualitatif menganalisa dan mendeskripsikan pemahaman mahasiswa terhadap konsep Himpunan berdasarkan teori APOS.

Dalam penelitian ini, peneliti bertindak sebagai instrumen utama, karena peneliti merupakan pelaku utama dalam hal perencanaan, perancangan, pelaksanaan, pengumpulan data, penganalisaan data, penarikan kesimpulan dan pembuatan laporan. Instrumen bantu berupa Tes Pemahaman Konsep (TPK) dan pedoman wawancara merupakan alat pengumpul data pemahaman subjek dalam mempelajari konsep himpunan berdasarkan teori APOS yang ditelusuri melalui kegiatan wawancara berbasis tugas.

Penelitian dilaksanakan di IKIP Widya Darma Program Studi Pendidikan Matematika. Alasan pemilihan lokasi tersebut adalah untuk optimalisasi informasi yang dibutuhkan oleh peneliti karena peneliti sehari-hari merupakan dosen Tetap Program Studi Pendidikan Matematika IKIP Widya Darma Surabaya. Subjek adalah tiga orang

mahasiswa semester I yang dipilih secara acak.

Analisis data dalam penelitian ini dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Tahap mereduksi data

Mereduksi data dilakukan dengan pemilihan, memfokuskan, menyederhanakan, mengabstraksi dan mentransformasikan data-data mentah dari catatan lapangan, hasil wawancara serta hasil pekerjaan subyek yang relevan dengan teori APOS (Aksi-Proses-Obyek-Skema). Kegiatan ini dilakukan dengan mendengarkan rekaman wawancara secara berulang-ulang, mentranskrip dalam bentuk tulisan dan memberikan kode pada setiap subyek.

2. Tahap penyajian data

Penyajian data meliputi pengklasifikasian dan identifikasi data hasil reduksi, yaitu menuliskan kumpulan data yang terorganisir dan terkategori sehingga memungkinkan penarikan kesimpulan dan tindakan. Data yang dianalisis diklasifikasikan berdasarkan masing-masing subjek penelitian,

kemudian dianalisis berdasarkan indikator pemahaman berdasarkan teori APOS yang telah ditetapkan sebelumnya.

3. Tahap penarikan kesimpulan

Dari hasil analisis data, selanjutnya dilakukan penarikan kesimpulan mengenai pemahaman mahasiswa terhadap konsep himpunan berdasarkan Teori APOS untuk masing-masing subyek penelitian.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil

Kepada subjek penelitian diberikan Tes Pemahaman Konsep (TPK) dengan uraian soal sebagai berikut.

Suatu survey atas 500 mahasiswa yang mengikuti satu atau beberapa mata kuliah (Matematika, Statistika, dan Biologi) selama satu semester mengungkapkan data banyaknya mahasiswa yang mengikuti mata kuliah tersebut.

Matematika 329

Statistika 186

Biologi 295

Matematika dan Statistika 83

Matematika dan Biologi 217

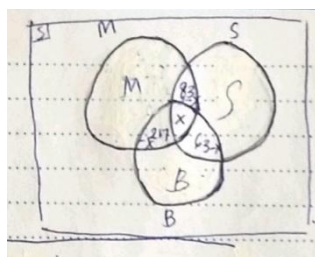
Statistika dan Biologi 63

- a. Berapa banyak mahasiswa yang mengikuti ketiga mata kuliah tersebut?
- b. Berapa banyak mahasiswa yang mengikuti Matematika atau Biologi, tetapi tidak Statistika?

Hasil tes pemahaman konsep himpunan yang diberikan kepada subjek penelitian adalah sebagai berikut.

Subjek 1 (S1)

Di awal, S1 menggambar terlebih dahulu diagram venn dari ketiga himpunan seperti gambar berikut.



Gambar 1. Diagram Venn Himpunan S1

Hal tersebut menunjukkan bahwa S1 membuat ilustrasi atau gambar untuk memudahkan S1 menjawab soal yang diberikan. Pada gambar 1, terlihat bahwa S1 menuliskan symbol M, S, dan B di luar lingkaran, dan menuliskan kembali M, S, dan B di dalam lingkaran. Berikut adalah kutipan wawancara S1 saat menjelaskan maksud soal yang diberikan:

S1 : “Keseluruhan mahasiswa adalah 500 mahasiswa, sedangkan keseluruhan yang mengikuti matematika, baik yang meliputi matematika saja, matematika dengan biologi, matematika dengan statistika itu keseluruhan ada 329 mahasiswa. Begitu juga dengan keseluruhan Biologi dan keseluruhan Statistika Nah, seperti ini gambarnya.”

Hal tersebut menunjukkan bahwa sebenarnya S1 memahami maksud soal, walaupun melakukan kesalahan dalam melabeli bagian-bagian yang terdapat dalam diagram venn yang dibuatnya.

Berikutnya S1 memberikan keterangan pada diagram venn tersebut seperti gambar berikut.

Gambar 2. Keterangan Diagram Venn Himpunan oleh S1

Dalam gambar 2, S1 melakukan kesalahan dalam penulisan symbol. Banyak anggota dari suatu himpunan (kardinalitas himpunan) seharusnya disimbolkan dengan $n(M)$, $n(B)$, dan $n(S)$ atau menggunakan symbol $|M|$, $|B|$, dan $|S|$.

Pada saat wawancara, berikut penjelasan S1.

S1 : “Berikutnya terlebih dahulu dihitung berapa banyak mahasiswa yang hanya mengikuti matematika saja, dan disini saya mendapatkannya dengan mengurangi keseluruhan yang mengikuti matematika dengan yang mengikuti matematika-statistika, matematika-biologi, dan yang mengikuti ketiganya. Disini saya mengimbolkan yang mengikuti ketiganya dengan x , sehingga

diperoleh penghitungan 329 untuk keseluruhan matematika dikurangi dengan $(83-x)$ yang mengikuti matematika-statistika tapi tidak biologi, dikurangi lagi dengan $(217-x)$ yang mengikuti matematika-biologi tetapi tidak statistika, dan dikurangi lagi dengan x . Hasilnya $(29+x)$. Sama halnya untuk banyak mahasiswa yang mengikuti Biologi saja, ada sebanyak $(15+x)$ dan Statistika saja, ada sebanyak $(40+x)$ ”

Berdasarkan hasil wawancara dan diagram venn yang dibuat, terlihat bahwa maka daerah M yang dimaksud pada Gambar 2 merupakan daerah yang menunjukkan himpunan mahasiswa yang hanya menyukai matematika saja, yang seharusnya disimbolkan dengan notasi himpunan $n[M - (B \cup S)]$. Begitu pula dengan notasi untuk daerah himpunan mahasiswa yang menyukai Biologi saja dan Statistika saja.

Selanjutnya jawaban S1 dalam menentukan banyak mahasiswa yang mengikuti ketiga mata kuliah adalah seperti pada gambar berikut.

ikut ketiga
 $500 = M + S + B + (83-x) + (217-x) + (63-x) + x$
 $500 = 84 + 363 - 2x + x$
 $500 = 447 + x$
 $x = 53$

Gambar 3. Jawaban TPK (a) oleh S1

Dalam menentukan banyaknya mahasiswa yang mengikuti ketiga matakuliah, S1 menghasilkan jawaban yang benar, yakni sebanyak 53

mahasiswa. Prosedur yang digunakan S1 adalah menentukan terlebih dahulu banyak anggota yang dimiliki dalam semua daerah di diagram, kemudian menjumlahkannya dan menghubungkan nilainya dengan banyak anggota semesta himpunan (500 mahasiswa) untuk mendapatkan banyak anggota himpunan mahasiswa yang menyukai ketiga mata kuliah. Pada saat wawancara, peneliti menanyakan konsep apa yang dipakai. S1 berpikir lama (lebih dari 2 menit) dalam menjawab pertanyaan tersebut, kemudian menjawab sebagai berikut:

S1 : “Konsepnya.. apa yaa bu, menurut saya ini cara yang paling mudah, dan biasa saya lakukan. Saya tidak tahu ini konsepnya apa. Sempat saya coba dengan cara lain, tapi tidak ketemu.”

Jawaban S1 tersebut menunjukkan bahwa dalam menjawab soal tersebut, S1 berhasil menyelesaikan (mendapatkan) jawaban yang benar mengikuti contoh atau prosedur yang biasa dilakukan sebelumnya. Namun S1 tidak bisa menyebutkan konsep apa yang digunakan tersebut.

Selanjutnya S1 menjawab pertanyaan berikutnya yakni menentukan banyak mahasiswa yang mengikuti Matematika atau Biologi,

tetapi tidak Statistika melalui penghitungan sebagai berikut.

$$M + B + (217 - 53)$$

$$29 + 53 + 15 + 58 + 217 - 53 = 319$$

Gambar 4. Jawaban TPK (b) oleh S1

Dalam penghitungan tersebut, prosedur yang digunakan S1 yakni menjumlahkan banyak anggota himpunan mahasiswa yang mengikuti Matematika saja, biologi saja, dan mahasiswa yang mengikuti matematika dan biologi setelah dikurangi jumlah mahasiswa yang mengikuti ketiganya. Berikut cuplikan penjelasan S1 pada saat wawancara:

P : Kemudian untuk pertanyaan berikutnya? Berapa banyak mahasiswa yang mengikuti Matematika atau Biologi tetapi tidak Statistika?

S1 : Banyak mahasiswa yang mengikuti Matematika atau Biologi tapi tidak statistika didapat dari menjumlahkan daerah yang ini bu. (menunjuk diagram venn). Jadi M ditambah B ditambah 217 dikurangi 53.

P : M dan B itu apa?

S1 : Ya yang tadi bu, M itu banyak mahasiswa yang ikut matematika saja. Kalau B itu banyak mahasiswa yang ikut Biologi saja.

P : Kemudian 217 dikurangi 53 itu maksudnya apa? Dapatnya dari mana?

S1 : Emm ... (diam dan terlihat berpikir).. sebentar bu, kayaknya ini ada yang salah.

P : Yang mana?

S1 : Yang ini (menunjuk ke bagian 217-53). (diam sebentar). Ooh, tidak bu, sudah betul. Ini 217 - 53 itu dapatnya dari ini, (menunjuk diagram venn). Banyak mahasiswa yang ikut Matematika Biologi dikurangi x.

P : x nya itu yang mana?

S1 : Yang 53 tadi bu

P : Oke. Kemudian untuk bagian 217 - 53, kenapa tidak tertulis symbol atau notasinya dibaris pertama?

S1 : Iya bu, saya bingung nulisnya, tapi saya paham.

P : Oke. Kemudian konsep apa yang kamu gunakan?

S1 : Konsep nya apa ya bu? saya tidak tahu. Saya biasanya pakai cara ini.

P : Tapi kamu yakin dengan jawabanmu?

S1 : Insya Allah yakin bu.

P : oke, baiklah.

Dari cuplikan wawancara tersebut, S1 mengaku bingung menuliskan notasi himpunan untuk bagian awal jawabannya, dan tidak mengetahui konsep apa yang dipakai untuk mendasari jawabannya.

$$\text{ket: } M = 29 \quad MS = 83 \quad MBS = 53$$

$$S = 40 \quad MB = 217$$

$$B = 15 \quad BS = 63$$

Gambar 5. Notasi Himpunan Awal oleh S1

Subjek 2 (S2)

Pada mulanya S2 membuat hitungan awal sebagai berikut.

Yang mengikuti matematika = $329 - (83 - x) - (217 - x) - x$
 $= 29 + x$
 Mengikuti Biologi = $295 - (63 - x) - (212 - x) = 15 + x$
 Mengikuti Statistika = $186 - (83 - x) - (67 - x) = 40 + x$
 Matematika dan Biologi = $217 - x$
 Statistika dan fisika = $63 - x$

Gambar 6. Hasil Penghitungan Awal oleh S2

Berikut adalah cuplikan penjelasan S2 pada saat wawancara.

S2 : Disini kan diketahui yang ikut matematika ada 329, nah 329 ini juga termasuk yang ikut matematika-statistika dan matematika biologi, jadi untuk yang ikut matematika saja itu dihitung dari 329 dikurangi $(83 - x)$ dikurangi $(217 - x)$ trus dikurangi lagi dengan x . Didapat hasilnya $29 + x$

P : x disini artinya apa?

S2 : x disini itu.. (diam sebentar). x disini itu yang masuk dikeduaanya, jadi misalkan disini yang mengikuti matematika dan statistika diketahui ada 83, nah disini kan termasuk yang ikut dua-duanya, jadi yang ikut dua-duanya itu saya misalkan x .

P : jadi x yang disini dengan x yang disini beda? (peneliti beberapa symbol x yang tertulis di jawaban subyek)

S2 : Emm.. (diam sejenak dan terlihat berpikir dan tampak memandang keseluruhan jawaban yang ditulisnya). Oh maaf bu, salah. x disini artinya banyak mahasiswa yang ikut ketiganya, dan semua x yg tertulis disini ya artinya itu.

P : jadi semua symbol yang tertulis itu maknanya sama?

S2 : Iya sama

Dari hasil jawaban dan uraian penjelasan saat wawancara tersebut,

terlihat bahwa S2 tidak memerlukan ilustrasi kongkrit (dalam bentuk diagram venn) dalam menyelesaikan soal. Namun S2 membuat kesalahan dalam menuliskan keterangan pada jawabannya. Misalnya ketika menulis “banyak anggota yang mengikuti matematika”, S2 menulis adalah sebanyak $29 + x$, padahal pada soal sudah diketahui bahwa banyak mahasiswa yang mengikuti matematika adalah sebanyak 329. Simbol $29+x$ lebih tepat untuk keterangan “banyak mahasiswa yang mengikuti matematika saja”.

Selanjutnya S2 melakukan penghitungan untuk menentukan banyak mahasiswa yang mengikuti ketiga mata kuliah sebagai berikut.

a. Banyak mahasiswa yang mengikuti ketiga mata kuliah
 $500 = 29 + x + 15 + x + 40 + x + 217 - x + 63 - x$
 $500 = 497 + x$
 $500 - 497 = x$ Jadi Jumlah mahasiswa yang mengikuti ketiganya ada 53 mahasiswa
 $53 = x$

Gambar 7. Jawaban TPK (a) oleh S2

Pada jawaban S2 tersebut, tampak bahwa S2 menyelesaikan masalah tersebut menggunakan konsep aljabar. Namun terjadi kesalahan penghitungan pada baris kedua jawaban tersebut. Hasil penjumlahan $(29 + x + 15 + x + 40 + x + 217 - x + 63 - x)$ adalah $364 + x$. Pada jawaban S2 tertulis $477 +$

x. Berikut penjelasan S2 pada saat wawancara.

S2 : Untuk mendapatkan banyak mahasiswa yang mengikuti ketiganya, disini saya memanfaatkan jumlah keseluruhan mahasiswa. Jumlah seluruh mahasiswanya kan 500. Nah 500 itu meliputi yang ikut matematika, biologi, statistika, matematika sama biologi, dan statistika fisika. Jadi, untuk mendapatkan x nya, saya jumlahkan semua. 500 sama dengan $29 + x + 15 + x + 40 + x + 217 - x + 63 - x$. Diperoleh hasilnya 53.

P : kok ada fisika?

S2 : (diam sebentar dan memandang soalnya) ohh maaf bu, bukan fisika, tapi biologi.

P : menurut kamu hitungan kamu sudah benar?

S2 : hitungan yang mana bu?

P : ya ini semua hasilnya $477 + x$

S2 : iya bu. Emm.. sebentar bu, saya cek kembali.

(diam dan menghitung ulang)

S2 : Oh, ini kurang bu, seharusnya ditambahkan lagi dengan $83 - x$.

P : tapi jawaban akhirnya benar?

S2 : benar bu, hasilnya 53. saya salah tulis yang awal. ini kurang $83 - x$. Yang ikut Matematika-Statistika.

Dari penjelasan S2 saat wawancara, terlihat bahwa setelah melakukan refleksi akhirnya subyek mampu memberikan jawaban yang benar, yakni ada sebanyak 53 mahasiswa yang mengikuti ketiga mata kuliah.

Selanjutnya S2 menentukan banyaknya mahasiswa yang mengikuti Matematika atau Biologi, tetapi tidak Statistika melalui penghitungan seperti dalam gambar berikut.

E. Banyak yg mengikuti mtk / Bio tapi tidak Statistika
 $29 + x + 15 + x + 40 + x + 217 - x + 63 - x = 29 + 15 + 53 = 97$

Gambar 8. Jawaban TPK (b) oleh S2

Pada jawaban S2 tersebut, terlihat bahwa S2 mampu menghasilkan jawaban yang benar, yakni banyaknya mahasiswa yang mengikuti Matematika atau Biologi, tetapi tidak Statistika adalah sebanyak 314 mahasiswa. Berikut penjelasan S2 pada saat wawancara.

S2 : Untuk menghitung banyak mahasiswa yang ikut matematika atau biologi tapi tidak statistika ini saya pakai hitungan saya yang tadi bu. Disini kan yang ikut matematika saja ada $(29 + x)$, terus ditambahkan dengan yang ikut matematika-biologi $(217 - x)$ trus ditambah lagi dengan yang ikut biologi saja $(15 + x)$. Trus dimasukkan hasilnya x tadi yaitu 53, jadi didapat jawaban 314.

P : Menurut kamu, konsep apa yang digunakan?

S2 : konsep? Ga tahu bu.. ngerjakannya pakai imajinasi.. (sambil tersenyum)

P : konsep apa yang mendasari kamu menggunakan cara tersebut?

S2 : Em,, apa ya bu.. konsep nya yaa ga ada.. hanya penghitungan biasa. Saya kan suka ngerjakan menggunakan pengandaian, jadi ada x nya yang diandaikan.

P : jadi kamu bisa menjawab tapi tidak tahu konsepnya apa?
S2 : iya bu

Dari cuplikan wawancara tersebut terlihat bahwa prosedur yang dilakukan S2 dalam menyelesaikan masalah tersebut adalah dengan menjumlahkan banyak anggota himpunan mahasiswa yang mengikuti Matematika saja, biologi saja, dan mahasiswa yang mengikuti matematika dan biologi setelah dikurangi jumlah mahasiswa yang mengikuti ketiganya. Ketika peneliti menanyakan konsep apa yang dipakai, S2 tidak bisa menyebutkannya. S2 mengaku menggunakan imajinasi dalam menyelesaikan masalah tersebut.

Subjek 3 (S3)

Pada mulanya S3 membuat hitungan awal sebagai berikut.

① Matematika = $X = 329$ yang suka ketiganya adalah "M"
Statistik = $Y = 186$
Biologi = $Z = 295$

∴ Matematika dan Biologi = X dan $Z = 217 - M$
∴ Matematika dan Statistik = X dan $Y = 83 - M$
∴ Statistik dan Biologi = Y dan $Z = 63 - M$

maka :

$$x = 329 - (217 - M) - (83 - M) - M = 29 + M$$

$$y = 186 - (63 - M) - (83 - M) - M = 40 + M$$

$$z = 295 - (217 - M) - (63 - M) - M = 15 + M$$

Gambar 9. Penghitungan Awal oleh S3

Dalam Gambar 9 bagian kanan, tampak bahwa S3 membuat ilustrasi berupa diagram venn sebagai langkah awal menyelesaikan soal meskipun diagram venn tidak dibuat secara detail.

Dalam Gambar 9 juga tampak bahwa dalam menjawab S3 melakukan kesalahan dalam memberikan label (symbol x). Berikut cuplikan penjelasan S3 pada saat wawancara :

P : x yang disini dan x yang disini sama atau beda?

S3 : Emm,, beda bu.

P : Bedanya apa?

S3 : Kalau x yang disini (menunjuk x pada bagian atas) maksudnya banyak mahasiswa yang suka matematika keseluruhan. Kalau x yang disini (menunjuk x pada bagian bawah) maksudnya banyak mahasiswa yang suka matematika saja.

P : Jadi kamu melabeli dua obyek dengan symbol yang sama?

S3 : Iya, (sambil tersenyum)

Kemudian S3 melakukan penghitungan untuk menentukan banyak mahasiswa yang mengikuti ketiga mata kuliah sebagai berikut.

$$500 = (217 - M) + (83 - M) + (63 - M) + (29 + M) + (40 + M) + (15 + M) + M$$

$$500 = 447 + M$$

$$M = 500 - 447$$

$$= 53 \text{ Mahasiswa}$$

Gambar 10. Jawaban TPK (a) oleh S3

Dalam menentukan banyaknya mahasiswa yang mengikuti ketiga matakuliah, S3 menghasilkan jawaban yang benar, yakni sebanyak 53 mahasiswa. Prosedur yang digunakan S3 adalah menjumlahkan anggota yang dimiliki dalam semua daerah di diagram (yang termasuk himpunan $X \cup Y \cup Z$), kemudian menghubungkan nilainya

dengan banyak anggota semesta himpunan (500 mahasiswa) untuk mendapatkan banyak anggota himpunan mahasiswa yang menyukai ketiga mata kuliah (nilai M).

Berikut penjelasan S3 pada saat wawancara.

S3 : Untuk mencari yang suka ketiganya, disini total semua mahasiswa kan 500, jadi mahasiswa yang suka Matematika-Biologi ditambah yang suka Matematika-Statistika ditambah yang suka Statistika-Biologi ditambah yang suka Matematika saja, Biologi saja dan Statistika saja ditambah yang suka ketiganya itu hasilnya 447 ditambah M. Jadi nilai M adalah 500 dikurangi 447, yang hasilnya 53 mahasiswa.

Selanjutnya S3 melakukan penghitungan lanjutan sebagai berikut.

Handwritten calculations showing the process of finding the number of students who like all three subjects (M, B, S) by subtracting the number of students who like only two subjects from the total number of students who like at least two subjects.

$$\begin{aligned} \Rightarrow x \text{ dan } z &= 217 - 53 = 164 \\ \Rightarrow x \text{ dan } y &= 83 - 53 = 30 \\ \Rightarrow y \text{ dan } z &= 63 - 53 = 10 \\ \Rightarrow \text{Matematika saja} &= 329 - 164 - 30 - 53 = 82 \text{ mahasiswa} \quad (29+53) \\ \Rightarrow \text{Statistik saja} &= 186 - 30 - 10 - 53 = 93 \text{ mahasiswa} \quad (40+53) \\ \Rightarrow \text{Biologi saja} &= 295 - 164 - 10 - 53 = 68 \text{ mahasiswa} \quad (15+53) \end{aligned}$$

Gambar 11. Penghitungan Lanjutan oleh S3

Dalam gambar diatas, terlihat bahwa S3 menghitung banyak anggota dari keseluruhan bagian himpunan yang ada dengan mesubstutisi nilai $M = 53$ yang telah didapatkannya.

Kemudian untuk menentukan banyaknya mahasiswa yang mengikuti Matematika atau Biologi, tetapi tidak

Statistika melalui penghitungan seperti dalam gambar berikut.

Handwritten calculation showing the number of students who like only Mathematics and Biology, calculated by subtracting the number of students who like all three subjects from the total number of students who like both Mathematics and Biology.

$$\text{Matematika biologi tapi tidak statistika} = 82 + 68 + 164 = 314 \text{ mahasiswa}$$

Gambar 12. Jawaban TPK (b) oleh S3

Dalam penghitungan tersebut, prosedur yang digunakan S3 yakni menjumlahkan banyak anggota himpunan mahasiswa yang mengikuti Matematika saja, biologi saja, dan mahasiswa yang mengikuti matematika dan biologi setelah dikurangi jumlah mahasiswa yang mengikuti ketiganya. Peneliti menanyakan konsep apa yang dipakai, namun S3 tidak bisa menyebutkannya. S3 mengatakan hanya menggunakan nalar dalam menyelesaikan masalah tersebut.

Pembahasan

Subjek 1 (S1)

Berdasarkan hasil jawaban Tes Pemahaman Konsep (TPK) dan wawancara terhadap subjek S1, tampak bahwa subjek S1 masih memerlukan gambar/ilustrasi kongkrit untuk membantunya menyelesaikan soal. Subjek S1 menjawab TPK mengikuti contoh/jawaban yang sudah dipelajari sebelumnya. Hal tersebut menunjukkan bahwa dalam memahami konsep himpunan, subjek S1 masih berada pada tahap aksi. Hal ini karena subjek S1

masih sebatas menerapkan rumus yang biasa digunakan. Subjek S1 juga masih menggunakan rangsangan eksternal berupa ilustrasi/gambar di awal untuk membantunya.

Subjek 2 (S2)

Berdasarkan hasil jawaban Tes Pemahaman Konsep (TPK) dan wawancara terhadap subjek S2, tampak bahwa subjek S2 sudah tidak menggunakan gambar/ilustrasi kongkrit untuk membantunya menyelesaikan soal. Meskipun melakukan kesalahan dalam menjawab, namun pada saat wawancara subjek S2 mampu memperbaiki jawabannya. Subjek S2 juga mampu menjelaskan langkah-langkah pengerjaan dengan benar. Hal tersebut menunjukkan bahwa tahapan pemahaman subjek S2 terhadap konsep Himpunan berada pada tahap Proses. Hal ini dikarenakan subjek S2 mampu menjelaskan langkah-langkah pengerjaannya tanpa melakukan langkah-langkah tersebut secara nyata. Subjek S2 juga sudah tidak memerlukan rangsangan eksternal dalam pengerjaannya. Namun dari hasil wawancara diketahui bahwa subjek S2 masih belum mampu menjelaskan konsep dan sifat-sifat konsep yang

digunakan, sehingga pemahaman subjek S2 masih bersifat prosedural.

Subjek 3 (S3)

Berdasarkan hasil jawaban Tes Pemahaman Konsep (TPK) dan wawancara terhadap subjek S3, tampak bahwa subjek S3 membuat gambar/ilustrasi di awal pengerjaannya, meskipun S3 tidak menggunakan gambar tersebut dalam menyelesaikan soal. Meskipun melakukan kesalahan dalam menjawab, namun pada saat wawancara subjek S3 mampu memperbaiki jawabannya dan mampu menjelaskan langkah-langkah pengerjaan dengan benar. Hal tersebut menunjukkan bahwa tahapan pemahaman subjek S2 terhadap konsep Himpunan berada pada tahap Proses. Hal ini dikarenakan subjek S3 mampu menjelaskan langkah-langkah pengerjaannya tanpa melakukan langkah-langkah tersebut secara nyata. Namun dari hasil wawancara diketahui bahwa subjek S3 masih belum mampu menjelaskan konsep dan sifat-sifat konsep yang digunakan, sehingga pemahaman subjek S3 masih bersifat prosedural.

KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisa pemahaman mahasiswa terhadap konsep Himpunan berdasarkan Teori APOS, maka dapat disimpulkan bahwa dari ketiga subjek penelitian, satu subjek, yakni subjek S1 masih berada dalam tahap *aksi*, karena ketika menyelesaikan Tes Pemahaman Konsep Himpunan, subjek S1 masih memerlukan rangsangan eksternal. Subjek S1 juga masih sebatas mampu menggunakan rumus, menerapkan algoritma, dan mengikuti contoh yang telah ada. Sedangkan dua subjek lainnya, yakni subjek S2 dan S3 berada dalam tahap *proses*, karena dalam menyelesaikan Tes Pemahaman Konsep Himpunan yang diberikan, subjek S2 dan S3 mampu menjelaskan langkah-langkah pengerjaannya dengan benar tanpa melakukannya secara nyata. Namun subjek S2 dan S3 masih bersifat *procedural* karena Subjek S2 dan S2 belum mampu menjelaskan konsep dan sifat-sifat konsep yang digunakan.

Saran

Berdasarkan hasil penelitian, menurut peneliti hendaknya mahasiswa Pendidikan Matematika wajib

meningkatkan pengetahuan matematisnya, khususnya untuk materi Himpunan, karena tahapan pemahaman yang seharusnya dimiliki oleh mahasiswa Pendidikan Matematika paling tidak berada pada tahap Objek atau Skema.

DAFTAR PUSTAKA

- Artuti, Emy, 2009. *Analisis Dekomposisi Genetik Pemahaman Mahasiswa tentang Grup Ditinjau dari Perbedaan Jenis Kelamin dan Kemampuan Matematika*. Tesis. Surabaya: Pascasarjana Universitas Negeri Surabaya :Tidak Dipublikasikan)
- Dubinsky, Ed, 2000. *A constructivist Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research*. Jurnal. USA: University State Georgia.
- Hudojo, Herman, 1988. *Mengajar Belajar Matematika*. Jakarta:Depdikbud.
- Masyhuri, 2008. *Metodologi Penelitian*. Bandung:Aditama
- Mulyono, 2011. *Proses Berpikir Mahasiswa Field Independent dan Field Dependent dalam Merekonstruksi Konsep Grafik Fungsi Berorientasi pada Teori APOS*. Disertasi. Surabaya: Pascasarjana Universitas Negeri Surabaya (Tidak Dipublikasikan)
- Muniri, 2009. *Eksplorasi Pemahaman Mahasiswa Mengenai Konsep Keterbagian Bilangan Bulat (Menggunakan Teori APOS)*. Seminar Nasional Matematika dan

Pendidikan Matematika.
Surabaya: Universitas Negeri
Surabaya.

Ratumanan, Tanwey Gerson, 2004.
Belajar dan Pembelajaran.
Surabaya. Surabaya: Surabaya
State University Press.